GRADO EN INGENIERÍA BIOMÉDICA, U.P.M.

FUNDAMENTOS DE ELECTRÓNICA

PRIMER EXAMEN PARCIAL – NOVIEMBRE DE 2013

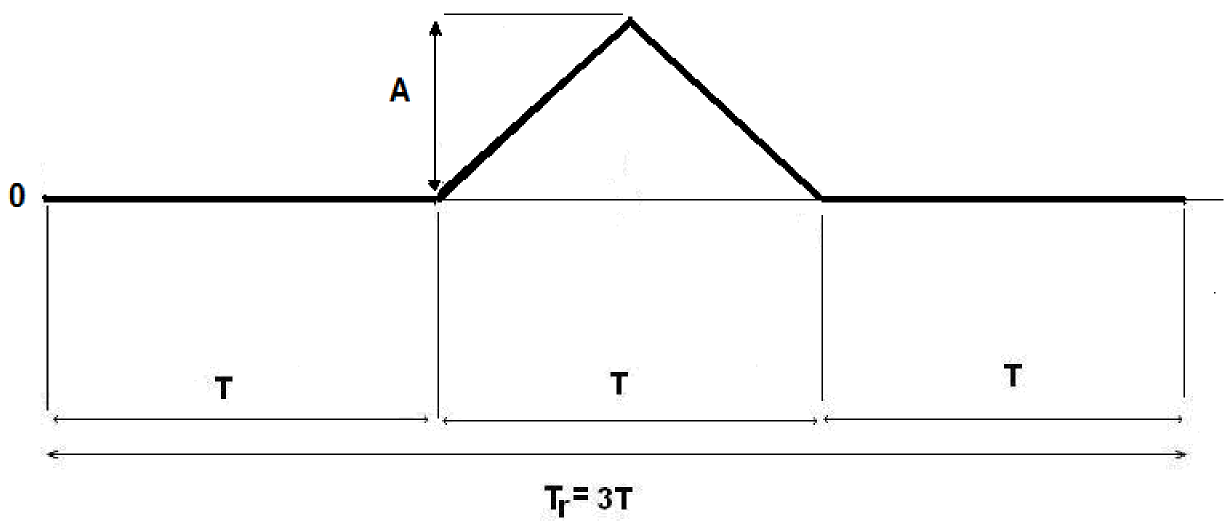
APELLIDOS:		NOMBRE:	

- Escriba su nombre y apellidos en los recuadros.
- Solamente se recogerá el cuadernillo.
- No separe las hojas ni añada hojas adicionales.
- Dispone de todo el espacio en blanco que hay en el cuadernillo para responder.

Todas las respuestas deben estar convenientemente justificadas

EJERCICIO 1. (2 puntos)

Se genera una forma de onda compuesta periódica, tal como muestra la figura. El periodo de repetición de dicha onda periódica T_r se puede descomponer en tres tramos iguales de duración T, siendo la amplitud de la onda nula (0V) en el primer y tercer tramo, y el de una onda triangular de amplitud A en el tramo intermedio. (Observe que la forma onda generada no es una onda triangular).



Sabiendo que el valor eficaz de una onda periódica triangular alterna pura de amplitud V_o es ($V_o/\sqrt{3}$), obtenga:

1) El valor medio de la onda completa. .... (1 p.)

$$\overline{v(t)} = V_{DC} = \frac{1}{3T}\left[\acute{A}rea\_del\_tri\acute{a}ngulo\right] = \frac{1}{3T}\left[\frac{1}{2}\cdot T\cdot A\right] = \frac{A}{6}$$

Formalmente:

$$\overline{v(t)} = V_{DC} = \frac{1}{T_r}\int_0^{T_r} v(t)dt = \frac{1}{3T}\int_0^{3T} v(t)dt = \frac{1}{3T}\left[\int_0^{T} 0\cdot dt + \int_T^{2T} v(t)dt + \int_{2T}^{3T} 0\cdot dt\right] =$$
$$= \frac{1}{3T}\left[\frac{1}{2}\cdot T\cdot A\right] = \frac{A}{6}$$

2) El valor eficaz de dicha onda .... (1 p.)

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_r}\int_0^{T_r} v^2(t)dt} \Rightarrow v_{ef}^2 = \frac{1}{3}\left[0 + (\text{Valor eficaz de la onda triangular en un periodo})^2 + 0\right] =$$
$$= \frac{1}{3}\left[0 + \frac{A^2}{3} + 0\right] = \frac{A^2}{9} \Rightarrow \mathbf{v_{ef}} = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{3}}$$

Formalmente:

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_r}\int_0^{T_r} v^2(t)dt} \Rightarrow v_{ef}^2 = \frac{1}{3T}\left[\int_0^{T} v^2(t)\cdot dt + \int_T^{2T} v^2(t)\cdot dt + \int_{2T}^{3T} v^2(t)\cdot dt\right]$$
$$= \frac{1}{3T}\left[\int_0^{T} 0\cdot dt + \int_T^{2T} (v(t))^2 dt + \int_{2T}^{3T} 0\cdot dt\right] = \frac{1}{3}\left[\int_0^{T} 0\cdot dt + \frac{1}{T}\int_T^{2T} (v(t))^2 dt + \int_{2T}^{3T} 0\cdot dt\right] =$$
$$= \frac{1}{3}\left[0 + \frac{A^2}{3} + 0\right] = \frac{A^2}{9} \Rightarrow \mathbf{v_{ef}} = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{3}}$$

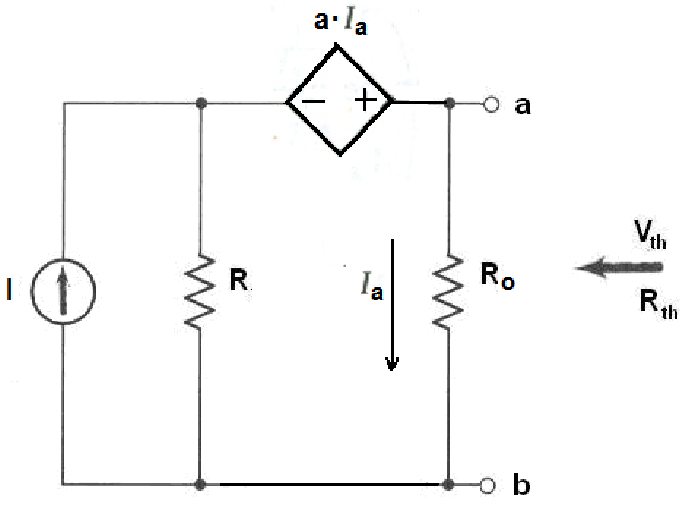
Teniendo en cuenta además que el valor eficaz de la onda que hay en un periodo T sería:

$$v_{ef\_Tr} = \sqrt{v_{ef\_dc}^2 + v_{ef\_ac}^2} \Rightarrow v_{ef\_Tr} = \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{A/2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{12}} = \sqrt{\frac{4A^2}{12}} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

NOTA: Se aconseja que realice los cálculos haciendo el menor número de integrales posible.

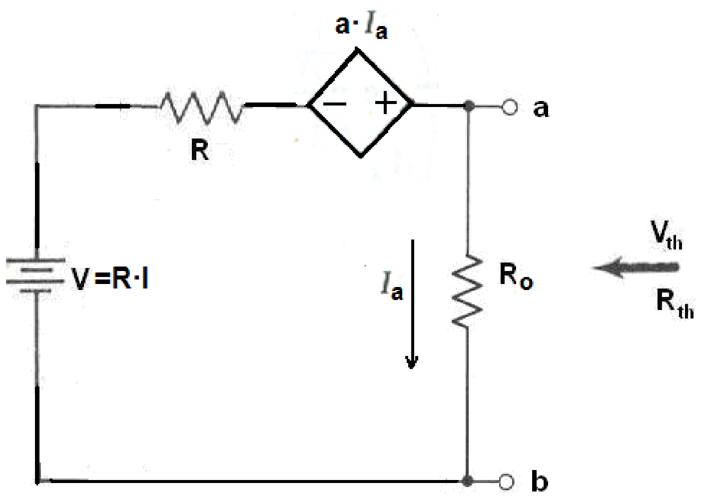
EJERCICIO 2. (2 puntos)

Se considera el circuito mostrado a continuación, formado por dos resistores, un generador de corriente independiente y un generador de tensión dependiente de una de las corrientes que circulan por el circuito:



1) Obtenga el valor de la tensión equivalente Thévenin (V_{th}). .... (1 p.)

Transformamos el generador de corriente:



$$V_{th} = I_a \cdot R_o$$

Donde :

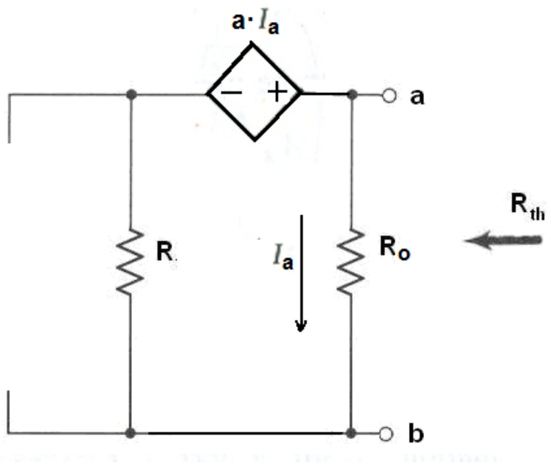
(malla $\sum$Vgen $= \sum$caídas en R*s*)

$$I \cdot R + a \cdot I_a = I_a \cdot (R + R_o) \Rightarrow I_a = \frac{I \cdot R}{(R + R_o - a)}$$

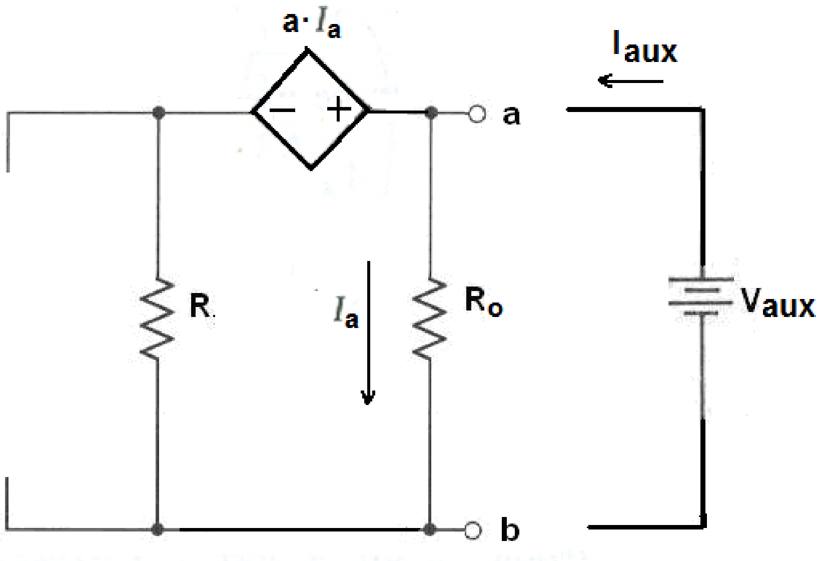
$$V_{th} == \frac{I \cdot R \cdot R_o}{(R + R_o - a)}$$

2) Obtenga el valor de la resistencia equivalente Thévenin (R_{th}). .... (1 p.)

Dejando en abierto el generador de corriente (es independiente), queda:



Usando un generador auxiliar V_{aux}



$$R_{th} = \frac{V_{aux}}{I_{aux}}$$

$$I_{aux} = I_a + \frac{V_{aux} - a \cdot I_a}{R}$$

Donde

$$I_a = \frac{V_{aux}}{R_o}$$

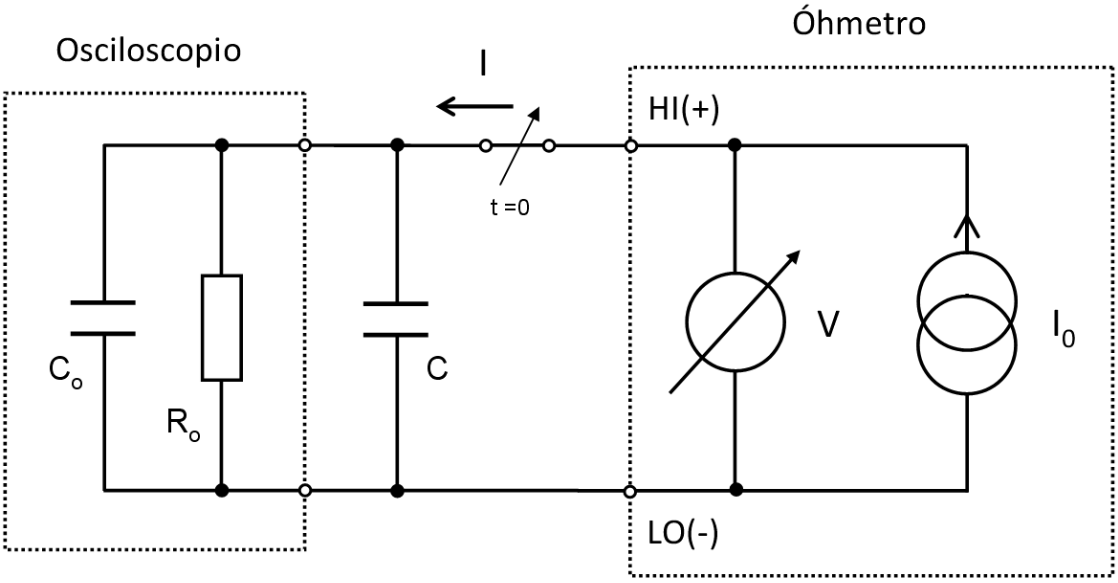
Sustituyendo :

$$I_{aux} \cdot R = \frac{V_{aux}}{R_o} \cdot R + V_{aux} - \frac{a \cdot V_{aux}}{R_o} \Rightarrow I_{aux} \cdot R = V_{aux} + V_{aux}\left(\frac{R - a}{R_o}\right) = V_{aux}\left(1 + \frac{R - a}{R_o}\right)$$

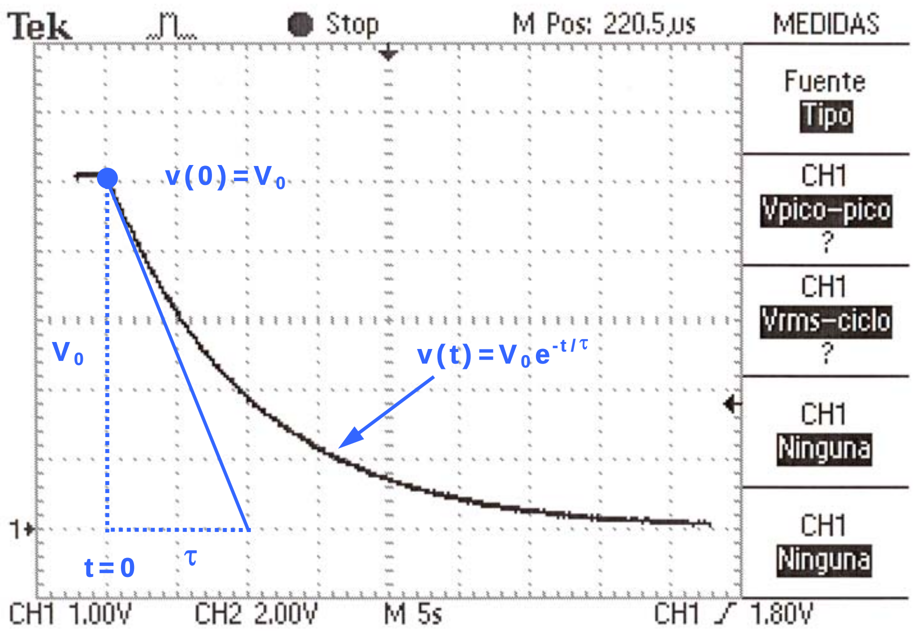
$$R_{th} = \frac{V_{aux}}{I_{aux}} = \frac{R}{\left(1 + \frac{R - a}{R_o}\right)}$$

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Con objeto de visualizar el proceso de descarga de un condensador se ha montado el circuito de la figura siguiente, en el que el condensador C está conectado simultáneamente a un óhmetro ideal (tanto la fuente de corriente como el voltímetro tienen resistencia interna infinita) y a un osciloscopio cuya sonda se encuentra configurada en el modo de entrada x10.



Con el interruptor cerrado, el óhmetro inyecta una corriente constante I en el condensador hasta que éste se carga totalmente. Esta situación corresponde a la parte plana de la tensión que se observa en la pantalla del osciloscopio. En un instante dado t=0 se abre el interruptor, el óhmetro queda aislado del resto del circuito y se observa la evolución de la tensión entre los terminales del condensador en la pantalla del osciloscopio.



Realizando todas las aproximaciones que estime oportunas, responda a las siguientes cuestiones:

1) ¿Cuánto valen los componentes R_0 y C_0 del circuito equivalente del osciloscopio en las condiciones en las que se está usando el instrumento (sonda x10)? .... (0,5 p.)

Tal como se indica en los distintos manuales del instrumento, en los guiones de las Prácticas y en el resto del material de estudio de la Asignatura, el circuito equivalente del osciloscopio con la sonda en modo x10 está formado por los elementos R_0=10MΩ y C_0=10pF aproximadamente conectados en paralelo.

2) ¿Cuál es el valor de la tensión entre los terminales del condensador cuando éste se encuentra totalmente cargado, antes de abrir el interruptor? .... (0,5 p.)

En la figura se observa que dicha tensión es V_0 = 5 divisiones x 1V/división = 5V. Para ello se ha tenido en cuenta que el canal utilizado para la observación es CH1 (el nivel de referencia [1→] aparece en el lado izquierdo), cuya sensibilidad es 1V/división.

3) ¿Cuánto vale la corriente constante I usada para la carga?..................... (0,5 p.)

Puesto que el circuito se encuentra en régimen permanente con una excitación constante, los condensadores son circuitos abiertos y la corriente circula exclusivamente por la resistencia equivalente del osciloscopio. Su valor es $I_0 = V_0/R_0$ = 5V/10MΩ = 500 nA.

4) Escriba la expresión que describe la evolución temporal de la tensión entre los terminales del condensador tras abrir el interruptor. No es necesario que resuelva ninguna ecuación diferencial, pero sí deberá explicar cómo la obtiene. .... (0,5 p.)

Una vez abierto el interruptor, el circuito está formado por un condensador de capacidad $C+C_0$, resultante de la combinación de los dos existentes, en paralelo con la resistencia de 10MΩ. La diferencia de potencial entre los terminales de ambos elementos parte en t=0 del valor V_0 y, tal como se observa, disminuye exponencialmente al transcurrir el tiempo de acuerdo con la expresión $v(t)=V_0 \cdot \exp[-t/\tau]$, como corresponde a un sistema de primer orden, donde $\tau = R(C+C_0)$ es la constante de tiempo del circuito.

5) ¿Cuál es el valor de la constante de tiempo del circuito? Calcule la capacidad del condensador C (exprésela en nF). .... (0,5 p.)

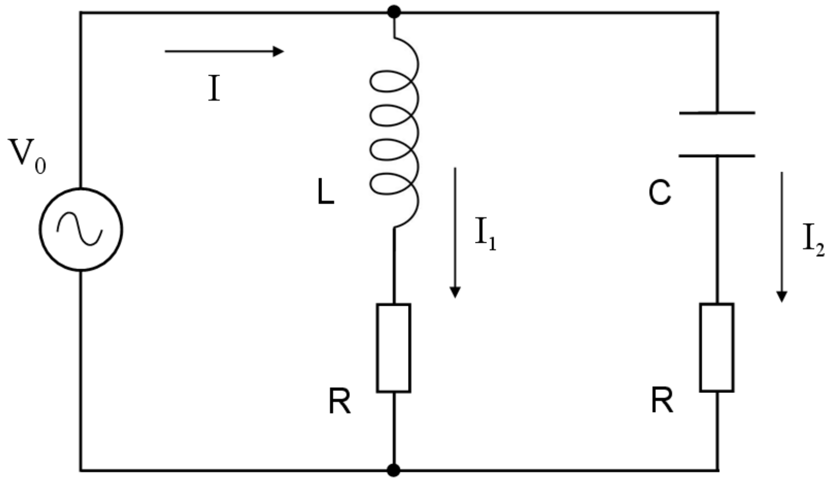
La constante de tiempo puede estimarse gráficamente utilizando la construcción geométrica representada en la figura, en la que se ha trazado el segmento tangente a la función exponencial en t=0 y se ha prolongado éste hasta interceptar al eje horizontal en el instante $t=\tau$. El valor es τ = 2 divisiones x 5 s/división = 10 s.

También puede obtenerse numéricamente a partir de la expresión de la evolución temporal de la tensión, tomando un punto cualquiera de la curva, introduciendo en la ecuación el tiempo t y la tensión v(t) correspondientes y operando para despejar τ.

La capacidad total es $C+C_0 = \tau/R$ =10s/10MΩ = 1μF = 1000nF. Esta capacidad es varios órdenes de magnitud superior a C_0 (del orden de 10pF), por lo que se puede despreciar C_0 frente a C y concluir que $C \cong 1000$ nF.

EJERCICIO 4. (2 puntos)

El circuito mostrado en la figura, cuyos elementos integrantes son ideales, opera en régimen sinusoidal permanente. Suponga que se cumple siempre la condición $\omega L = 1/\omega C = R$, siendo ω la pulsación.



1) Determine los módulos y las fases de los fasores correspondientes a las corrientes I_1 e I_2 y a la corriente total I. Imponga la condición indicada anteriormente y simplifique al máximo las expresiones que haya obtenido, de forma que en ellas solamente aparezcan R y/o constantes numéricas. .... (1,5 p.)

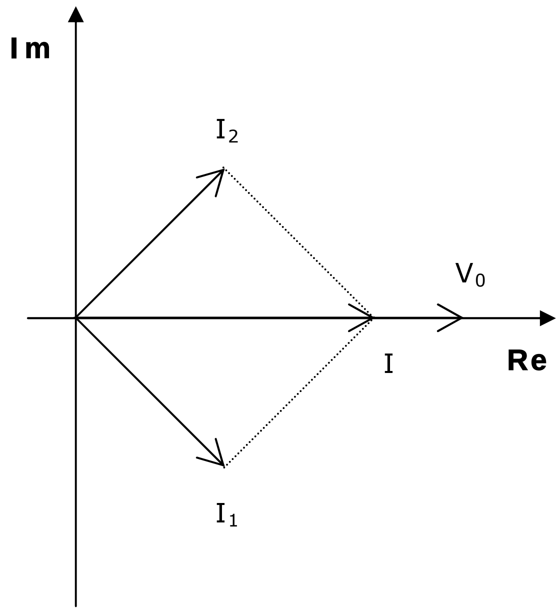
2) Represente dichos fasores en el plano complejo junto al fasor correspondiente a la tensión de excitación. .... (0,5 p.)

$|V_0|=V_0$.
$\varphi_0 = 0$.

$Z_1 = R+j\omega L = R(1+j)$.
$I_1 = V_0/[R(1+j)]$.
$|I_1|= V_0/[R\sqrt{2}]$.
$\varphi_1 = 0-\arctan(1)= -\pi/4$.

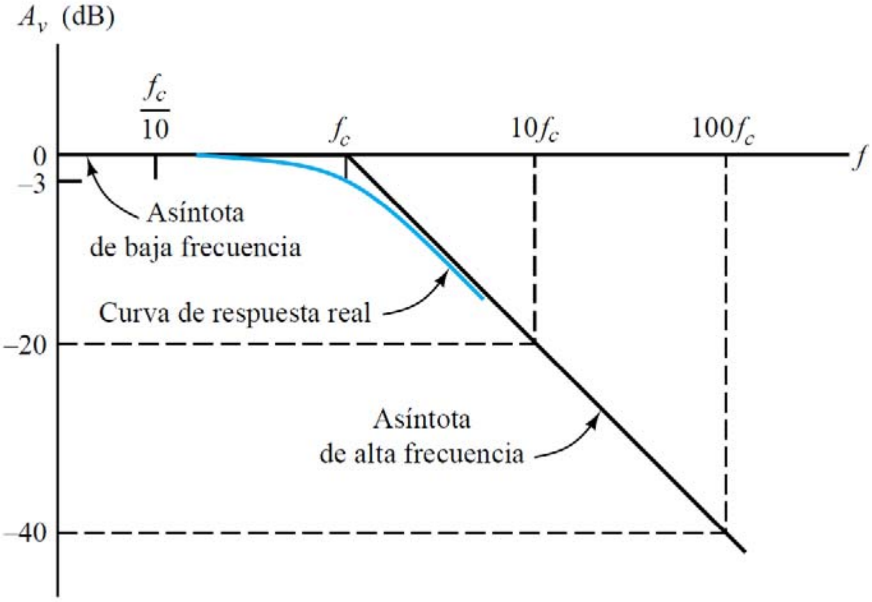
$Z_2 = R-j1/\omega C = R(1-j)$.
$I_2 = V_0/[R(1-j)]$.
$|I_2|= V_0/[R\sqrt{2}]$.
$\varphi_2 = 0-\arctan(-1)= \pi/4$.

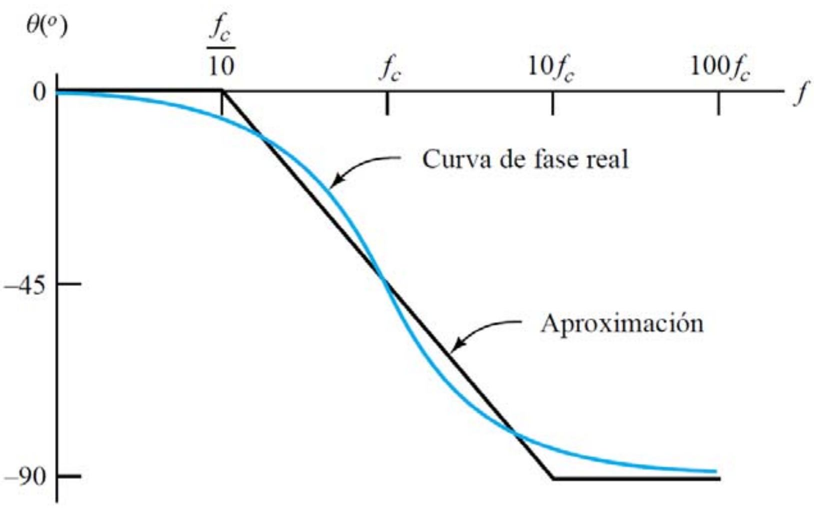
$Z=[R(1+j)R(1-j)] / [R(1+j)+R(1-j)] = R$.
$I = V_0/R$.
$|I|= V_0/R$.
$\varphi = 0$.



EJERCICIO 5. (1,5 puntos)

Se dispone de un circuito que actúa como filtro paso-bajo y cuya configuración interna se desconoce. Se han determinado experimentalmente en función de la frecuencia su ganancia en tensión en dB, definida como A_v(dB)=20·log|FT|, donde FT es la función de transferencia, y el desfasaje que introduce el filtro en la tensión de salida respecto a la de entrada, obteniéndose los resultados mostrados en las figuras siguientes.





Suponga que la expresión de la función de transferencia del filtro es del tipo FT = $1/(\alpha+j\omega\beta)$.

1) Calcule a partir de los datos disponibles el valor de la constante α de la función de transferencia. .... (0,5 p.)

A_v(dB)=$20\cdot\log|FT|=20\cdot\log[1/\sqrt{(\alpha^2+\omega^2\beta^2)}]=-10\cdot\log[\alpha^2+\omega^2\beta^2]$. En la figura superior se observa que cuando la frecuencia tiende a cero la ganancia en tensión tiende al valor 0dB, es decir $0=-10\cdot\log[\alpha^2]$ y de aquí se deduce que $\alpha=1$.

2) Obtenga una relación entre la constante β de la función de transferencia y la frecuencia de corte f_c del filtro. .... (0,5 p.)

La relación pedida puede obtenerse a partir de cualquiera de los puntos señalados en la figura superior. Por ejemplo, en la asíntota de alta frecuencia puede tomarse el punto correspondiente a $100f_c$: $-40 \cong -10\cdot\log[(2\pi 100 f_c)^2\beta^2]=-10\cdot\log[10^4]-20\cdot\log[(2\pi f_c)\beta]$, de donde $(2\pi f_c)\beta=1$ y, por tanto, $\beta=1/(2\pi f_c)$.

También puede obtenerse a partir de la curva de la fase, ya que la fase de la función de transferencia es $\varphi = -\arctan(\omega\beta/\alpha)= -\arctan(\omega\beta)$. Usando el punto $-\pi/4= -\arctan[(2\pi f_c)\beta]$ se obtiene inmediatamente $\beta=1/(2\pi f_c)$.

3) Compruebe, usando la expresión de la función de transferencia, si en la banda atenuada del filtro la ganancia en tensión disminuye a razón de 6dB/octava independientemente de los valores de α y β. .... (0,5 p.)

$A_v(\omega,\text{dB})=-10\cdot\log[\alpha^2+\omega^2\beta^2]$. En la asíntota correspondiente a la banda atenuada, ω es muy grande y α^2 es despreciable frente a $\omega^2\beta^2$, quedando $A_v(\omega,\text{dB})=-20\cdot\log[\omega\beta]$. Si en esta expresión asintótica se duplica la frecuencia (o la pulsación), es decir, se incrementa la frecuencia en una octava, se obtiene $A_v(2\omega,\text{dB})=-20\cdot\log[2\omega\beta]=-20\cdot\log[\omega\beta]-20\cdot\log[2]=$ $A_v(\omega,\text{dB})-20\cdot\log[2]= A_v(\omega,\text{dB})-6\text{dB}$.