

Grado en Administración y Dirección de Empresas — Matemáticas I

Septiembre de 2011. Nacional y Unión Europea. Original

TIPO DE EXAMEN B

Por favor, conteste las preguntas del examen en la hoja de respuestas que le entrega el Tribunal.

Marque únicamente una respuesta por pregunta.

Duración: 2 horas.

Puntuación: respuesta correcta: +1 punto; respuesta en blanco: 0 puntos; respuesta incorrecta: -0,25 puntos.

Material permitido: NINGUNO (ni libros, ni apuntes, ni calculadora).

Dados $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$, considérense estos tres vectores de \mathbb{R}^3 : $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (2, a, 1)$ y $\mathbf{v}_3 = (4, b, 3)$.

1. Los vectores \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 y \mathbf{v}_3 forman una base de \mathbb{R}^3 si y solamente si:

- a) $b \neq 3a - 2$, b) $b = 3a$,
c) $a \neq 0$ y $b \neq a$, d) ninguna de las anteriores.

2. Si $a = 2$, sea F el subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 generado por los dos vectores \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 . El vector $(1, c, 1)$, con $c \in \mathbb{R}$, pertenece a F si y sólo si:

- a) $c = -2$, b) $c = 0$, c) $c \neq -2$, d) $c = 1$.

Sea f la aplicación lineal de \mathbb{R}^4 en \mathbb{R}^3 cuya matriz asociada en las bases canónicas es:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Las dimensiones respectivas de los subespacios vectoriales $\text{Ker } f$ y $\text{Im } f$ son:

- a) 3 y 1, b) 1 y 3, c) 2 y 3, d) 2 y 2.

4. El subespacio vectorial $\text{Ker } f$ es igual a:

- a) $\mathbb{R}(1, -1, -1, 0) + \mathbb{R}(0, -1, 0, -1)$,
b) $\mathbb{R}(-1, 1, 1, 0)$,
c) $\{(0, 0, 0, 0)\}$,
d) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y - z - t = 0, x + y = 0\}$.

(Nota: $\mathbb{R}(a, b, c, d) = \{\lambda(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

5. El subespacio vectorial $\text{Im } f$ es igual a:

- a) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 2z = 0\}$, b) $\mathbb{R}(2, 0, 1)$,
c) $\mathbb{R}(2, 0, 1) + \mathbb{R}(1, 1, 0)$, d) \mathbb{R}^3 .

(Nota: $\mathbb{R}(a, b, c) = \{\lambda(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

6. La aplicación lineal f es:

- a) suprayectiva, pero no inyectiva;
b) un isomorfismo;
c) inyectiva, pero no suprayectiva;
d) ni inyectiva, ni suprayectiva.

7. Dada la base $B = ((1, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1))$ de \mathbb{R}^3 , los términos de la primera columna de la matriz asociada a f en las bases canónica de \mathbb{R}^4 y B de \mathbb{R}^3 son:

- a) 1, 0 y 1, b) 2, 0 y 1,
c) 2, 1 y -1, d) 1, 1 y 1.

8. Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ y - z = -1 \\ x + z = 0. \end{cases}$$

Se verifica:

- a) admite una única solución: $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$;
b) admite infinitas soluciones, y todas ellas verifican que sus términos primero y tercero suman 0;
c) no admite solución;
d) ninguna de las anteriores.

9. El conjunto de los números reales x tales que

$$|x - 1| \leq 4$$

es:

- a) $(-3, 5)$, b) $\{-3, 5\}$,
c) $[-3, 5]$, d) $[1, 4]$.

10. La sucesión $\left(\frac{n^3 + n^2 - n}{2n^3 + 2}\right)$ tiene límite igual a:

- a) $-\infty$, b) $+\infty$, c) $1/2$, d) 0.